Tiempo disponible:1 h 30 min

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARA A ESTE EJERCICIO :(véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones **A** y **B.** Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán de estar debidamente justificados

OPCIÓN A

A.1.-Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide

a) (1 punto)Halla $\mathbf{A}^{\mathbf{n}}$ para todo entero positivo **n**

b) (1’5 puntos) Calcula, si existe, la inversa de la matriz **A** y de la matriz $\mathbf{I_3}$ **+ A**

A.2.- Sean **r** la recta determinada por los puntos **A = (1 , 0 , -1)** y **B = (1 , -1 , -1),** y **s** la recta de ecuaciones $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$. Se pide:

a) (1 punto) Averiguar su posición relativa

b) (1’5 puntos) Calcular, si existe, una recta que pase por el punto **C = (1 , 2 , 4)** y que corte a las rectas **r** y **s**

A.3.- a) (1’5 puntos) Hallar los valores de los coeficientes **b, c** y **d** para que la gráfica de la función $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ corte al eje **OY** en el punto **(0 , -1**), pase por el punto **(2 , 3)** y en ese punto tenga tangente paralela al eje **OX.**

b)(1 punto) Una vez hallados estos valores hallar los máximos y mínimos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la citada función

A.4.- (2’5 puntos) Un rectángulo tiene por vértices los puntos coordenados **(0 , 0), (a , 0), (a , b)** y **(0 , b),** de modo que el punto **(a , b)** tiene coordenadas positivas y está situado en la curva de la ecuación $y = \frac{1}{x^2} + 4$ **.** De todos estos rectángulos hallar, razonadamente, el de área mínima

OPCIÓN B

B.1. Tenemos una matriz 3 x 3 cuyas columnas son (de izquierda a derecha) $\mathbf{C_1, C_2, C_3}$ y su determinante vale 2

a) (1'5 puntos) Se considera la matriz **A** cuyas columnas son (de izquierda a derecha) $\mathbf{-C_2, C_3 + C_2, 3C_1}$, calcular razonadamente el determinante de la matriz $\mathbf{A^{-1}}$ caso e que esta matriz inversa exista

b)(1 punto) Sea ahora la matriz cuyas columnas son $\mathbf{C_1 + C_2}$, $\mathbf{C_2 + C_3}$, $\mathbf{C_3 - C_1}$. Razonar la existencia o no existencia de la matriz inversa de la misma

B.2.Dado los puntos **A = (1 , 0 , 0)**, **B = (0 , -1 , 0)** y **C = (0 , 0 , 3)**, se pide:

a)(1'5 puntos)Hallar el lugar geométrico de los puntos del espacio que equidistan de **A**, **B** y **C**, indicando que figuran forman

b)(1 punto) Halla las coordenadas del centro de la circunferencia que pasa por esos puntos

B.3.- (2'5 puntos) Halla el punto de la curva de la ecuación $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 4$ en el que la tangente a la misma tiene pendiente mínima. Escribir la ecuación de dicha tangente

B.4.- (2'5 puntos) Hallar todas las funciones **f** cuya derivada es $f'(x) = \dfrac{x^4 + x + 1}{x^2 + x}$ indicando el dominio de definición de esta